|  |  |
| --- | --- |
| *ФГБОУ ВО*  *«АГУ»* | Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  «Адыгейский государственный университет» |
|  | **Фонд оценочных средств по дисциплине** |
| **СМК. УП-7/РК-8.2.4** | **УП-7 Мониторинг и измерение продукции** |

**«УТВЕРЖДАЮ»**

**Заведующий кафедрой ­­­­алгебры и геометрии**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ /**Бакижева С.А.

подпись ФИО

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

дата

**Фонд оценочных средств**

**по дисциплине (модулю)**

Б1.Б.07 Алгебра

наименование дисциплины (модуля)

**01.03.01 Математика**

код и наименование направления подготовки

«Преподавание математики и информатики»

направленность­­­ ОПОП

Бакалавр

квалификация

Майкоп

2018

Фонд оценочных средств предназначен для контроля образовательных достижений и оценки сформированности компетенций, обучающихся по дисциплине «Алгебра».

Составитель (ли) к.ф.-м.н., доцент Мамий Д.К., ст. преподаватель Куприенко Н.Н.

*ФИО*

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_ г.

Фонд оценочных средств обсужден на заседании кафедры \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_«\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_ г., протокол № \_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Согласовано:

Председатель НМК факультета \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_г.

1. **Паспорт фонда оценочных средств**

Оценочные средства предназначены для контроля образовательных достижений и оценки сформированности компетенций у обучающихся, освоивших программу дисциплины «Алгебра».

Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме самостоятельных работ, стандартных задач и промежуточной аттестации в форме зачета и экзамена.

1. **Перечень формируемых компетенций**

Изучение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Компетенция | Компонентный состав компетенций | | |
|  | Знает | Умеет | Владеет |
| ОК-7  ОПК-1 | фундаментальные понятия; определения, теоремы, следствия, свойства курса «Алгебра»; основные приемы и методы доказательства теорем и решения задач данного курса; | применять изученный материал при решении практических задач, как в рамках курса, так и в других разделах математики, а также для решения прикладных задач; | теоретической терминологией, символикой, основными приемами и методами доказательства теорем и решения задач данного курса; |
| ПК-2  ПК-3 | основные формулировки и методы доказательства утверждений, теорем, следствий, лемм, свойств данного курса; методы решения стандартных задач курса. | корректно определять раздел, к которому относится данная задача, подобрать формулу, метод решения; воспользоваться определениями, теоремами, свойствами при решении задачи; правильно интерпретировать полученный результат. | навыками решения задач, используя изученные приемы и методы курса, а также знания из математического анализа и алгебры; навыками поиска новой информации для решения возникающих проблем. |

1. **Этапы формирования компетенций**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № раздела, темы | Раздел дисциплины, темы | Виды работ | | Код компе-тенции | Конкретизация компетенций  (знания, умения, навыки) |
| аудиторная | СРС |
| 1.1  1.2 | ММИ.  Матрицы и определители | Самостоятельная работа, стандартная задача |  | ОК-7  ПК-2  ПК-3 | Знает: основные определения, свойства, теоремы о матрицах и определителях.  Умеет: выполнять операции над матрицами, определителями; умеет решать стандартные задачи по теории матриц и определителей.  Владеет: терминологией по теории матриц и определителей; владеет навыками доказательства теорем и свойств матриц и определителей; владеет методами решения стандартных задач. |
| 1.3 | Системы линейных уравнений | Самостоятельная работа, стандартная задача |  | ОПК-1  ПК-3  ОК-7 | Знает: основные определения, свойства, теоремы о СЛУ.  Умеет: выполнять элементарные преобразования над СЛУ в матричном виде, умеет решать стандартные задачи по теории СЛУ.  Владеет: терминологией по теории СЛУ, владеет навыками доказательства теорем и свойств СЛУ, владеет методами решения стандартных задач. |
| 2.3 | Многочлены | Самостоятельная работа, стандартная задача |  | ПК-2  ПК-3  ОК-7 | Знает: основные определения, свойства, теоремы о многочленах.  Умеет: выполнять операции над многочленами; умеет решать стандартные задачи по теории многочленов.  Владеет: терминологией по теории многочленов; владеет навыками доказательства теорем и свойств; владеет методами решения стандартных задач. |
| 2.1.  2.2 | Алгебраические структуры  Кольцо целых чисел  Кольцо классов вычетов  Поле комплексных  чисел | Самостоятельная работа, стандартная задача |  | ОК-7  ОПК-1 | Знает: основные определения, свойства, теоремы раздела.  Умеет: умеет решать стандартные задачи по теории алгебраических структур.  Владеет: терминологией по теории; владеет навыками доказательства теорем и свойств алгебраических структур; владеет методами решения стандартных задач. |
| 3.1 | Линейные пространства и их подпространства | Самостоятельная работа, стандартная задача |  | ПК-2  ПК-3 | Знает: базовые понятия и формулировки теорем линейной алгебры.  Умеет: решать задачи, доказывать теоремы о линейных пространствах ЛН, ЛЗ системах  Владеет: методами решения задач на данную тему, терминологией по данной теме |
| 3.2. | Линейные отображения | Самостоятельная работа, стандартная задача |  | ПК-2  ОК-7  ОПК-1 | Знает: базовые понятия и формулировки теорем линейной алгебры.  Умеет: решать задачи, доказывать теоремы о линейных отображениях.  Владеет: методами решения задач на данную тему, терминологией по данной теме |
| 3.3 | Квадратичные формы | Самостоятельная работа, стандартная задача |  | ПК-2  ОК-7 | Знает: базовые понятия и формулировки теорем линейной алгебры.  Умеет: решать задачи, доказывать теоремы о квадратичных формах.  Владеет: методами решения задач на данную тему, терминологией по данной теме |

1. **Структура фонда оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации**

1 семестр:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №  п/п | Контролируемые разделы, темы дисциплины | Наименование оценочного средства | |
| Текущий контроль | Промежуточная аттестация |
| 1 | ММИ. | Самостоятельная работа 1,  Стандартная задача 1. | Вопросы к экзамену.  Письменная работа 1 |
| Матрицы. | Самостоятельные работы 2,3  Стандартная задача 2 |
| Определитель. | Самостоятельная работа 4. Стандартная задача 3 |
| 2 | Ранг матрицы | Самостоятельная работа 5  Стандартная задача 4 | Вопросы к экзамену.  Письменная работа 2 |
| Обратная матрица | Самостоятельная работа 6  Стандартная задача 5 |
|  |  |
| 3 | Системы линейных уравнений | Самостоятельные работы 8,9  Домашняя контрольная работа  Стандартная задача 6 | Вопросы к экзамену.  Письменная работа 3 |
|  |  |
|  |  |

2 семестр:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №  п/п | Контролируемые разделы, темы дисциплины | Наименование оценочного средства | |
| Текущий контроль | Промежуточная аттестация |
| 1 | Алгебраические структуры | Самостоятельная работа 1  Стандартная задача 1 | Письменная работа (модуль 1) |
| Изоморфизм колец, полей | Самостоятельная работа 2 |
| Кольцо целых чисел | Самостоятельная работа 3  Стандартная задача 2 |
| 2 |  |  | Письменная работа (модуль 2) |
| Кольцо классов вычетов по модулю m | Самостоятельная работа 4  Стандартная задача 3 |
| Комплексные числа | Самостоятельная работа 5, 6  Д.К.Р.  Стандартная задача 4 |
| 3 | Кольцо многочленов | Самостоятельная работа 7  Стандартная задача 5 | Письменная работа (модуль 3) |
| Действия над многочленами | Самостоятельная работа 8 |
| Приводимость многочленов | Самостоятельная работа 9  Стандартная задача 6 |

3 семестр:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №  п/п | Контролируемые разделы, темы дисциплины | Наименование оценочного средства | |
| Текущий контроль | Промежуточный контроль |
| 1 | Линейное пространство. | Самостоятельные работы 1, | Письменная работа (модуль 1)  Модуль 2  Модуль 3 |
| Линейные отображения. Линейные функционалы. | Стандартные задачи  Самостоятельные работы  Вопросы к экзамену |
| Линейные операторы. Билинейные и квадратичные формы. Евклидовы пространства. | Стандартные задачи  Самостоятельные работы  Вопросы к итоговой контрольной работе |
|  |  |  |  |

1. **Показатели, критерии и шкала оценки компетенций**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Код и наименование компетенций | Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания | | |
| пороговый | базовый | продвинутый |
| Оценка | | |
| Удовлетворительно /зачтено | Хорошо/зачтено | Отлично /зачтено |
| ПК-2  ПК-3  ОПК-1  ПК-3 | Знает: имеет представление о фундаментальных понятиях, определениях, теоремах, следствиях, свойствах курса «Алгебра и геометрия»;  испытывает сложности при формулировании некоторых теорем, свойств, определений; | Знает: демонстрирует знание фундаментальных понятий, определений, теорем, следствий, свойств курса «Алгебра и геометрия»  знает основные приемы и методы доказательства теорем, свойств; | Знает: показывает глубокое и полное знание фундаментальных понятий, определений, теорем, следствий, свойств курса «Алгебра и геометрия»;  применяет основные приемы и методы для доказательства теорем, свойств; |
| Умеет: правильно сформулировать определения, теоремы, свойства;  испытывает сложности при доказательстве теорем, свойств; | Умеет: правильно сформулировать определения, теоремы, свойства;  способен правильно доказывать теоремы и свойства данного курса; | Умеет: правильно сформулировать и доказать определения, теоремы, свойства;  проявляет высокий уровень умений применять изученный материал при решении практических задач, как в рамках курса, так и в других разделах математики, а также для решения прикладных задач; |
| Владеет: теоретической терминологией, символикой;  некоторыми приемами и методами доказательства теорем и свойств;  может с трудом показать навыки в применении основных теорем, свойств в решении задач; | Владеет: теоретической терминологией, символикой;  некоторыми приемами и методами доказательства теорем и свойств;  демонстрирует некоторые навыки применения основных теорем, свойств в решении задач; | Владеет: свободно владеет теоретической терминологией, символикой;  демонстрирует полное владение основными приемами и методами доказательства теорем, свойств, а также навыками их применения в решении задач; |
| ОК-7  ОПК-1  ОПК-1  ПК-3  ПК-2 | Знает: имеет представление о теоретических примерах, методах решения стандартных задач курса;  испытывает сложности при формулировании и решении некоторых теоретических примеров | Знает: демонстрирует знание теоретических примеров, методов решения стандартных задач курса. | Знает: показывает глубокое и полное знание теоретических примеров, методов решения стандартных задач курса. |
| Умеет: корректно определять раздел, к которому относится данная задача, подобрать формулу, метод решения;  испытывает сложности при решении стандартных задач курса; | Умеет: способен корректно определять раздел, к которому относится данная задача, подобрать формулу, метод решения;  воспользоваться определениями, теоремами, свойствами при решении задачи; | Умеет: проявляет высокий уровень умений корректно определять раздел, к которому относится данная задача, подобрать формулу, метод решения;  воспользоваться определениями, теоремами, свойствами при решении задачи;  правильно интерпретировать полученный результат. |
| Владеет: может с трудом показать навыки решения задач, используя изученные приемы и методы курса; | Владеет: демонстрирует некоторые навыки решения задач, используя изученные приемы и методы курса, а также знания из математического анализа и алгебры; | Владеет: свободно владеет навыками решения задач, используя изученные приемы и методы курса, а также знания из математического анализа и алгебры;  демонстрирует полное владение навыками поиска новой информации для решения возникающих проблем. |

1. **Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения основной профессиональной образовательной программы:**

**6.1. Текущая аттестация**

**Фонд самостоятельных работ**

по дисциплине «Алгебра»

Фонд стандартных задач.

Стандартная задача №1.1. Доказать данное утверждение методом математической индукции.

Стандартная задача №2.1.Выполнить действия над матрицами.

Стандартная задача №3.1. Вычислить определитель, используя свойства определителей.

Стандартная задача №4.1. Найти ранг матрицы.

Стандартная задача №5.1. Найти обратную матрицу к данной матрице.

Стандартная задача№6.1. Решить СЛУ методом Гаусса

Стандартная задача №1.2. Исследовать алгебраическую структуру.

Стандартная задача №2.2. Найти наибольший общий делитель чисел.

Стандартная задача №3.2. Найти остаток от деления некоторой степени на данное число, используя свойства сравнений.

Стандартная задача №4.2. Вычислить комплексное выражение: в алгебраической и тригонометрической формах.

Стандартная задача №5.2. Выяснить по схеме Горнера: является ли число корнем многочлена (если да, то найти его кратность, и разложение многочлена на произведение)? Или по схеме Горнера найти значение многочлена в данной точке , значение всех производных в точке и разложить многочлен по степеням .

Стандартная задача №6.2. Найти все рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами и их кратности. Разложить на множители.

Стандартная задача №1.3. Найти базис и размерность линейной оболочки системы векторов и координаты вектора в найденном базисе.

Стандартная задача №2.3. Найти матрицу перехода от одного базиса к другому и координаты вектора в каждом базисе.

Стандартная задача №4.3. Указать для данного отображения fиз X в Y множества X и Yтакие, чтобы:

1. f – инъекция, но не сюръекция;
2. f – сюръекция, но не инъекция;
3. f –не сюръекция и не инъекция;
4. f – биекция.

Найти образ и прообраз промежутков.

Стандартная задача №5.3. Исследовать линейное отображение на мономорфизм, эпиморфизм и изоморфизм. Найти ядро и образ отображения.

Стандартная задача №6.3. Исследовать линейный оператор на диагонализируемость и найти собственные подпространства.

Стандартная задача №6.3. Привести квадратичную форму к каноническому виду.

**Фонд самостоятельных работ**

по дисциплине «Алгебра»

В самостоятельные работы могут быть включены определения и формулировки теорем, лемм, свойств, а также задачи по данному разделу дисциплины.

Диапазон вопросов по каждой самостоятельной работе.

Семестр I

Модуль 1.1

Самостоятельная работа №1.1.

Аксиома Пеано (о наименьшем), теорема «Принцип математической индукции», схема описания ММИ, обобщение основной формулировки ПМИ, вторая формулировка ПМИ, обобщение второй формулировки ПМИ.

Самостоятельная работа №1.2

Определение матрицы, опр. нулевой матрицы, опр. квадратной матрицы, опр. матрицы-строки, опр. матрицы-столбца, опр. главной о побочной диагоналей квадратной матрицы, опр. диагональной матрицы, опр. единичной матрицы, опр. равенства двух матриц.

Самостоятельная работа №1.3.

Опр. произведения двух матриц, свойства операции умножения матриц, опр. перестановочных (коммутатирующих) матриц, опр. транспонированной матрицы к данной матрице, свойства операции транспонирования матриц, опр. симметрической матрицы, опр. кососимметрической матрицы, свойство симметрических матриц, свойство кососимметрических матриц.

Модуль 1.2

Самостоятельная работа №1.4.

Определение перестановки, лемма о числе перестановок); опр. числа инверсий, опр. четной и нечетной перестановок, опр. определителя 2-го порядка, опр. определителя 3-го порядка, правило треугольника для определителя 3-го пор,

Самостоятельная работа №1.5.

Опр. определителя n-го пор., определитель треугольной матрицы, опр. минора элемента определителя, опр. алгебраического дополнения элемента определителя, опр. разложения определителя по элементам какой-либо строки (или какого-либо столбца), теорема о связи алгебраических дополнений с минорами, свойства определителей.

Самостоятельная работа №1.6.

Опр. минора k-го порядка данной матрицы, опр. ранга матрицы, опр. элементарных преобразований матрицы, теорема о неизменности ранга матрицы, опр. ступенчатой матрицы, ранг ступенчатой матрицы, опр. обратимой матрицы, опр. обратной матрицы к данной матрице, свойства обратимых и обратных матриц, опр. невырожденной матрицы, опр. вырожденной матрицы, теорема об обратимых матриц, формула обратной матрицы.

Модуль 1.3.

Самостоятельная №1.7.

Опр. линейного уравнения с n переменными, опр. решения линейного уравнения с n переменными, опр. тождественного уравнения, опр. противоречивого уравнения, опр. СЛУ, опр. решения СЛУ, опр. совместной СЛУ, опр. несовместной СЛУ, опр. определенной СЛУ, опр. неопределенной СЛУ, опр. равносильности СЛУ.

Самостоятельная работа № 1.8.

Опр. элементарных преобразований СЛУ, теорема об элементарных преобразований СЛУ , опр. основной матрицы СЛУ, опр. расширенной матрицы СЛУ, опр. столбца свободных членов, СЛУ треугольного вида, СЛУ трапециевидного вида, СЛУ с противоречивым уравнением.

Самостоятельная работа № 1.9.

Описание метода Гаусса, теорема Крамера. Однородная СЛУ. Критерий совместности СЛУ.

Семестр II

Модуль 2.1

Самостоятельная работа №2.1.

Бинарные алгебраические операции и их свойства. Кольцо, поле, область целостности.

Самостоятельная работа №2.2.

Подкольцо, подполе. Характеристика кольца, поля. Изоморфизм колец, полей.

Самостоятельная работа №2.3.

Делимость в кольце целых чисел. Свойства делимости. Наибольший общий делитель целых чисел. Простые числа.

Модуль 2.2

Самостоятельная работа №2.4.

Опр. сравнимости целых чисел, критерий сравнимости, следствия критерия сравнимости, свойства сравнимости целых чисел, опр. класса вычетов; опр. суммы и произведения классов вычетов; ; таблицы сложения и умножения классов вычетов по данному модулю; критерий обратимости класса вычетов; критерий поля для .

Самостоятельная работа №2.5.

Опр. поля комплексных чисел; опр. комплексного числа (к.ч.); опр. мнимой единицы, алгебраическая форма записи комплексного числа; действительная и мнимая часть к.ч.; опр. комплексно-сопряженного числа, свойства, комплексно-сопряженного числа.

Самостоятельная работа №2.6.

Опр. геометрического изображения к.ч., опр. модуля к.ч., опр. аргумента к.ч., опр. тригонометрической формы к.ч., действия над к.ч. в тригонометрической форме; свойства модулю к.ч.

Модуль 2.3

Самостоятельная работа №2.7.

Опр. многочлена с коэффициентами из коммутативного кольца, опр. суммы и произведения многочленов; , опр. степени многочлена, свойства степени многочлена; ; - не поле, теорема о делении многочленов с остатком; опр. делимости многочленов; свойства делимости многочленов.

Самостоятельная работа №2.8.

Опр. значения многочлена, опр. корня многочлена, теорема Безу, следствие теорема Безу; схема Горнера; теорема о числе корней многочлена и ее следствия; опр. кратного корня, простого корня, критерий кратного корня; следствия критерий кратного корня, теорема Виета.

Самостоятельная работа №2.9.

Опр. приводимого над полем P многочлена, опр. неприводимого над полем P многочлена, примеры приводимых и неприводимых многочленов, свойства неприводимых многочленов, опр. алгебраически замкнутого поля, основная теорема алгебры, теорема о приводимости многочленов из ; теорема о числе корней многочлена из ; теорема о комплексно-сопряженном корне многочлена из ; теорема о кратности комплексно-сопряженного корня многочлена из ; теорема о приводимости и неприводимости многочленов из .

Семестр III

Модуль 3.1

Самостоятельная работа №3.1.1.

Линейное пространство (определение, примеры). Свойства линейных пространств. Линейное подпространство (определение, примеры). Критерий линейного подпространства. Система векторов, подсистема, линейная комбинация, линейная оболочка (определения). Линейная зависимость, линейная независимость систем векторов (определения, переформулировка определений, примеры), Критерий линейной зависимости, Свойства линейно зависимых систем. Полнота систем векторов (определение, переформулировка определения, примеры).

Самостоятельная работа №3.1.2.

Базис линейного пространства (опр., примеры), Критерий базиса. Координаты вектора (опр.), Свойства координат. Критерий линейно независимости и его следствия. Конечномерные и бесконечномерные линейные пространства (опр., примеры). Леммы о линейной оболочки, Размерность линейной оболочки. Связь размерности линейного пространства с длинами линейно независимых и полных систем. Теорема о дополнении до базиса. Теорема о размерности линейного пространства. Линейные подпространства .

Самостоятельная работа №3.1.3.

Закон изменения координат, Матрица перехода (определение). Сумма двух линейных подпространств (определение), Пересечение двух линейных подпространств, Формула Грассмана. Прямая сумма двух линейных подпространств (опр.), Критерий прямой суммы двух линейных подпространств. Дополнение подпространства W до L (опр.), Теорема о дополнение линейного подпространства. Прямая сумма m линейных подпространств (опр.), Критерий прямой суммы m линейных подпространств.

Модуль 3.2

Самостоятельная работа №3.2.1.

Отображение (определение, примеры). Сюръекция, инъекция, биекция (определения на различных языках и примеры). Линейное отображение. Линейный оператор. Линейный функционал (определения и примеры). Свойства линейного отображения. Ядро и образ линейного отображения (определения и примеры). Эпиморфизм, мономорфизм, изоморфизм (определения и примеры). Критерий мономорфизма.

Самостоятельная работа №3.2.2.

Образ линейной оболочки. Критерии мономорфизма, эпиморфизма, изоморфизма. Изоморфность линейных пространств (определение). Критерий изоморфности линейных пространств. Структура линейного отображения.

Самостоятельная работа №3.2.3.

Матрица линейного отображения (определение). Закон изменения матрицы линейного отображения. Ранг линейного отображения. Теорема о ранге линейного отображения. Связь матрицы линейного отображения с мономорфностью и эпиморфностью. Пространство линейных отображений (определение). Линейные функционалы (определения)

Модуль 3.3

Самостоятельная работа №3.3.1.

Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Закон изменения матрицы линейного оператора. Подобие квадратных матриц. Свойства подобных матриц. Характеристический многочлен оператора (определения). Критерий изоморфизма для линейных операторов. Вырожденные и невырожденные операторы (определения). Инвариантные подпространства. Приводимые и неприводимые линейные операторы (определения). Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Спектр линейного оператора (определения). Теорема о собственных векторах соответствующих различным собственным значениям. Спектр линейного оператора. Собственные подпространства линейного оператора (определения), лемма о нахождении собственных значений, лемма о нахождении собственных векторов. Диагонализируемые линейные операторы. Критерии диагонализируемости.

Самостоятельная работа №3.3.2.

Билинейная форма. Билинейная симметрическая форма (определения и примеры). Билинейная форма в координатах. Закон изменения матрицы билинейной формы. Квадратичная форма (определения). Теорема о единственности полярной формы. Матрица квадратичной формы. Закон изменения матрицы квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Канонический базис. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа. Метод Якоби. Закон инерции. Ранг, индекс, сигнатура квадратичной формы (определения). Положительно определенная квадратичная форма. Отрицательно определенная квадратичная форма (определения). Критерий Сильвестра.

Самостоятельная работа №3.3.3.

Скалярное произведение. Евклидовы пространства и их примеры. Свойства скалярного произведения. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Неравенство треугольника. Угол между векторами. Ортогональные векторы. Теорема Пифагора. Ортогональные и ортонормированные системы векторов.

**6.2. Зачетно-экзаменационные материалы**

**для промежуточной аттестации (экзамен/зачет)**

Экзаменационные вопросы за I семестр.

* 1. Принцип математической индукции.
  2. Доказательство методом математической индукции.
  3. Применение метода математической индукции к доказательству равенств, неравенств.
  4. Основные определения теории матриц.
  5. Действия над матрицами и их свойства.
  6. Знак суммы и его свойство.
  7. Транспонирование матриц.
  8. Обратимость матриц.
  9. Преобразование матриц.
  10. Системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными. Определители II порядка.
  11. Системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными. Определители III порядка.
  12. Перестановки и инверсии.
  13. Определитель n-ого порядка. Определение. Свойства.
  14. Связь алгебраического дополнения с минором.
  15. Разложение определителя по элементам строки или столбца.
  16. Теоремы о существовании обратных матриц.
  17. Способы нахождения обратных матриц.
  18. Определение ранга матрицы.
  19. Элементарные преобразования матрицы. Теорема о неизменности ранга при элементарных преобразованиях.
  20. Основные определения теории систем линейных уравнений.
  21. Элементарные преобразования СЛУ
  22. Метод Гаусса.
  23. Теорема Крамера.
  24. Теорема Кронекера-Капелли.
  25. Однородные системы линейных уравнений.

Экзаменационные вопросы за II семестр.

1. Бинарные операции и их свойства.
2. Терминология. Кольцо. Определения.
3. Свойства кольца.
4. Область целостности.
5. Поле. Определения. Свойства поля.
6. Характеристика кольца. Подкольца, подполя.
7. Изоморфизм колец, полей.
8. Делимость в Z
9. НОД. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа.
10. Простые и составные числа. Теорема о наименьшем делителе, большего единицы. Теорема о бесконечности множества всех простых чисел.
11. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение целого числа.
12. Сравнения. Критерий сравнимости. Свойства сравнений.
13. Кольцо классов вычетов по данному модулю.
14. Построение поля комплексных чисел.
15. Алгебраическая форма записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
16. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
17. Геометрическая интерпретация действий над комплексными числами.
18. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа
19. Свойства модуля комплексного числа.
20. Свойства комплексно-сопряженных чисел.
21. Определения многочлена одной переменной, одночлена, действия над многочленами.
22. Построение кольца многочленов. Степень многочлена.
23. Делимость в кольце многочленов. Свойства делимости.
24. Деление с остатком в кольце многочленов.
25. Корни многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера.
26. НОД многочленов. Алгоритм Евклида.
27. Кратные корни. Теорема Виета.
28. Производная многочлена. Свойства производных. Формула Тейлора. Связь производной с кратностью корня.
29. Приводимые и неприводимые многочлены.
30. Основная теорема алгебры.
31. Приводимость многочленов из Q[x] и R[x].
32. Рациональные корни многочлена.

Экзаменационные вопросы за III семестр.

1. Линейные пространства. Линейные подпространства. Критерий подпространства.
2. Линейная зависимость и независимость систем векторов. Полные системы векторов.
3. Базис и размерность линейного пространства.
4. Закон изменения координат при изменении базиса.
5. Аффинные подпространства.
6. Сумма линейных подпространств. Формула Грассмана. Прямая сумма линейных подпространств.
7. Линейные отображения. Эпиморфизмы, мономорфизмы, изоморфизмы.
8. Критерий изоморфности линейных пространств.
9. Структура линейного отображения.
10. Матрица линейного отображения.
11. Каноническая форма матрицы линейного отображения.
12. Инварианты, универсальный инвариант, полная система инвариантов.
13. Пространство линейных отображений
14. Линейные функционалы.
15. Сопряженные пространство.
16. Дуальный базис.
17. Линейные операторы.
18. Матрица линейного оператора.
19. Подобие матриц. Характеристический многочлен линейного оператора.
20. Вырожденные и невырожденные операторы.
21. Инвариантные подпространства.
22. Собственные векторы и собственные значения. Спектр линейного оператора.
23. Диагонализируемость операторов. Критерии диагонализируемости.
24. Билинейные формы. Матрица билинейной формы.
25. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы.
26. Канонический вид квадратичной формы.
27. Метод Лагранжа. Метод Якоби. Закон инерции.
28. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
29. Скалярное произведение. Евклидовы пространства. Длина вектора, угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского.
30. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации. Матрица Грама. Ортогональное дополнение.

**7. Процедура оценивания обучающихся**

Рейтинговая система оценки образовательных компетенций дисциплины «Алгебра» в I, II семестре.

1. Дисциплина состоит из трех модулей.
2. В течение семестра студент может набрать 33, 33 и 34 соответственно по модулям 1, 2 и 3. Т.е. за семестр - 100 баллов.
3. Самостоятельная работа рассчитана на 10-15 мин. и состоит из формулировок определений, теорем, лемм и из вопросов на понимание. Максимальное количество баллов за самостоятельную работу составляет 6 баллов. По каждому модулю три самостоятельных работ. Самостоятельные работы не переписываются. Если самостоятельная работа была пропущена студентом по уважительной причине, то он имеет право написать ее до написания итоговой контрольной работы.
4. По каждому модулю две стандартные задачи. Максимальное количество баллов за стандартную задачу составляет 3 балла, и с каждой следующей попыткой при условии, что предыдущая была неудачной, уменьшается на 1 балл. Первая попытка, назначаемая преподавателем, является обязательной. Стандартные задачи пишутся до тех пор, пока все они не будут засчитаны с 3, 2, 1 или 0 баллами.
5. Зачет по дисциплине – наличие всех шести стандартных задач.
6. Если процент посещаемости занятий по модулю составляет более 80% , то студент поощряется 2 баллами за этот модуль. Если же – более 60%, но не более 80%, то поощряется 1 баллом.
7. Если процент выполнение домашних заданий по модулю составляет более 80% , то студент поощряется 2 баллами за этот модуль. Если же – более 60%, но не более 80%, то поощряется 1 баллом.
8. Активность на занятиях поощряется максимум 2 баллами за модуль.
9. Итоговая контрольная работа (по каждому модулю) пишется в течение семестра и состоит из заданий на доказательства теорем, лемм и практических заданий. Максимальное количество баллов за итоговую контрольную работу составляет 10 баллов. Итоговая контрольная работа не переписывается, если не пропущена студентом по уважительной причине, подтвержденной справкой.
10. К экзаменационной сессии студент подходит с общей суммой баллов S.
11. Допуск к экзамену – наличие зачета и общая сумма баллов составляет не менее 26.
12. Экзаменационная работа состоит из заданий на формулировки определений, теорем, лемм, из вопросов на понимание, из заданий на доказательства теорем, лемм и из практических заданий. Максимальное количество баллов на экзамене составляет 30 баллов.
13. Шкала перевода баллов в пятибалльную систему:

|  |  |
| --- | --- |
| 86-100 | «отлично» |
| 71-85 | «хорошо» |
| 56-70 | «удовлетворительно» |
| 26-55 | «неудовлетворительно» |
| 0-25 | не допускается к сдаче экзамена |
| 0-10 | не допускается к повторному обучению и к сдаче зачета |

Рейтинговая система оценки образовательных компетенций дисциплины «Алгебра» в III семестре.

1. Дисциплина состоит из трех модулей.
2. В течение семестра студент может набрать 33, 33 и 34 соответственно по модулям 1, 2 и 3. Т.е. за семестр - 100 баллов.
3. Самостоятельная работа рассчитана на 10-15 мин. и состоит из формулировок определений, теорем, лемм и из вопросов на понимание. Максимальное количество баллов за самостоятельную работу составляет 6 баллов. По каждому модулю три самостоятельных работ. Самостоятельные работы не переписываются. Если самостоятельная работа была пропущена студентом по уважительной причине, то он имеет право написать ее внеурочное время до написания итоговой контрольной работы.
4. По каждому модулю две стандартные задачи. Максимальное количество баллов за стандартную задачу составляет 3 балла, и с каждой следующей попыткой при условии, что предыдущая была неудачной, уменьшается на 1 балл. Первая попытка, назначаемая преподавателем, является обязательной. Стандартные задачи пишутся до тех пор, пока все они не будут засчитаны с 3, 2, 1 или 0 баллами.
5. Зачет по дисциплине – наличие всех шести стандартных задач.
6. Если процент посещаемости занятий по модулю составляет более 80% , то студент поощряется 2 баллами за этот модуль. Если же – более 60%, но не более 80%, то поощряется 1 баллом.
7. Если процент выполнение домашних заданий по модулю составляет более 80% , то студент поощряется 2 баллами за этот модуль. Если же – более 60%, но не более 80%, то поощряется 1 баллом.
8. Активность на занятиях поощряется максимум 2 баллами за модуль.
9. Итоговая контрольная работа (по каждому модулю) состоит из двух частей: базовый уровень и углубленный уровень.

В базовом уровне можно набрать не более 6 баллов, и он предназначен лишь для того, чтобы добрать до 23 баллов. Текущая сумма баллов вместе с баллами базового уровня округляется до 23, если она превышает 23 (до 24 в 3 модуле). Т.е. базовая часть модуля есть возможность улучшение текущей суммы баллов.

В углубленной части можно набрать не более 10 баллов. По сути углубленная часть модуля и есть сам модуль.

Итоговая контрольная работа не переписывается, если не пропущена студентом по уважительной причине, подтвержденной справкой.

1. К экзаменационной сессии студент подходит с суммами баллов М1, М2 и М3, соответственно по модулям 1, 2 и 3.
2. Допуск к экзамену – общая сумма баллов (М1+М2+М3) составляет не менее 26.
3. Для получения положительной оценки (удов, хор или отл) необходимо по М1 иметь не менее 19 баллов, по М2 - не менее 19 баллов и по М3 - не менее 18 баллов (тогда 19+19+18=56) {для равномерного распределения баллов по модулям}.

Итак, для положительной оценки, необходимо и достаточно, выполнения условий:

1. Экзаменационная работа будет состоять из двух частей: базовый уровень и углубленный уровень.

Базовый уровень в свою очередь разделен на три части, соответствующие модулям по 10 баллов, с помощью которых можно добрать до 23, 23 и 24 баллов соответственно по модулям 1, 2 и 3. Количество баллов из базовой части свыше верхних ограничений 23, 23 и 24 соответственно по модулям 1, 2 и 3 игнорируется.

Углубленный уровень рассчитан на 30 баллов, и он учитывается при условии, что выполнены нижние границы условий (т.е. ).

По сути углубленный уровень - это и есть экзаменационная работа.

1. Шкала перевода баллов в пятибалльную систему:

|  |  |
| --- | --- |
| 86-100 | «отлично» |
| 71-85 | «хорошо» |
| 56-70 | «удовлетворительно» |
| 26-55 | «неудовлетворительно» |
| М1<19 или M2<19 или М3<18 | «неудовлетворительно» |
| 0-25 | не допускается к сдаче экзамена |
| 0-10 | не допускается к повторному обучению и к сдаче зачета. |