

ФГБОУ ВО «АГУ»	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Адыгейский государственный университет»
	<b>Фонд оценочных средств по дисциплине</b>
	<b>УП-7 Мониторинг и измерение продукции</b>
СМК. УП-7/РК-8.2.4	

**«УТВЕРЖДАЮ»**

Заведующий кафедрой Математического  
анализа и методики преподавания математики  
\_\_\_\_\_ / Шумафов М.М.

**Фонд оценочных средств**

**по дисциплине (модулю)**

**Математический анализ**

**10.03.01 «Информационная безопасность»**

профиль **Безопасность компьютерных систем**  
направленность (профиль) ОПОП

**бакалавр**  
квалификация

Майкоп  
2015

Фонд оценочных средств предназначен для контроля образовательных достижений и оценки сформированности компетенций обучающихся по дисциплине «Математический анализ».

Составитель (ли) Артисевич А.Е.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Фонд оценочных средств обсужден на заседании кафедры \_\_\_\_\_ « \_\_\_\_ »  
\_\_\_\_\_ 20\_\_ г., протокол № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой

Математического анализа и

методики преподавания математики

\_\_\_\_\_ / **Шумафов М.М.**

Согласовано:

Председатель НМК факультета \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## 1. Паспорт фонда оценочных средств

Оценочные средства предназначены для контроля образовательных достижений и оценки сформированности компетенций у обучающихся, освоивших программу дисциплины «Математический анализ».

Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме самостоятельных работ, стандартных задач и **промежуточной аттестации** в форме экзамена.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Компетенция	Компонентный состав компетенций		
	Знает	Умеет	Владеет
ОПК-2	фундаментальные понятия; определения, теоремы, следствия, свойства курса «математического анализа»; основные приемы и методы доказательства теорем и решения задач данного курса;	применять изученный материал при решении практических задач, как в рамках курса, так и в других разделах математики, а также для решения прикладных задач;	теоретической терминологией, символикой, основными приемами и методами доказательства теорем и решения задач данного курса;
ОК-8	основные формулировки и методы доказательства утверждений, теорем, следствий, лемм, свойств данного курса; методы решения стандартных задач курса.	корректно определять раздел, к которому относится данная задача, подобрать формулу, метод решения; воспользоваться определениями, теоремами, свойствами при решении задачи; правильно интерпретировать полученный результат.	навыками решения задач, используя изученные приемы и методы курса, а также знания из математического анализа и алгебры; навыками поиска новой информации для решения возникающих проблем.

## 3. Этапы формирования компетенций

№ раздела, темы	Раздел дисциплины, темы	Виды работ		Код компетенции	Конкретизация компетенций (знания, умения, навыки)
		аудиторная	СРС		
1.	Введение в математический анализ	Самостоятельная работа, стандартная задача		ОПК-2 ОК-8	<i>Знает:</i> основные определения, свойства, теоремы школьного курса математики. Свойства множеств. <i>Умеет:</i> решать задачи теории множеств, выполняет необходимые преобразования при решении задач. <i>Владеет:</i> терминологией по теории множеств; владеет навыками доказательства основных теорем и свойств теории множеств; владеет методами решения стандартных задач.

2.	Теория пределов	Самостоятельная работа, стандартная задача		ОПК-2 ОК-8	<p><i>Знает:</i> фундаментальные понятия, основные определения, свойства, теоремы о пределе последовательности и функции.</p> <p><i>Умеет:</i> решать стандартные задачи по пределам последовательности и функциям; умеет корректно воспользоваться определениями, теоремами, свойствами предела последовательности и функций; умеет применить знания по пределам в других разделах математики;</p> <p><i>Владеет:</i> терминологией и навыками доказательства теорем и свойств по пределам последовательности и функции; владеет методами решения стандартных задач.</p>
3.	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Самостоятельная работа, стандартная задача		ОПК-2 ОК-8	<p><i>Знает:</i> фундаментальные понятия, основные определения, свойства, теоремы раздела «дифференциальное исчисление функции одной переменной».</p> <p><i>Умеет:</i> решать стандартные задачи раздела «дифференциальное исчисление функции одной переменной»; умеет корректно воспользоваться определениями, теоремами, свойствами; умеет применить знания полученные в разделе «дифференциальное исчисление функции одной переменной» в других разделах математики;</p> <p><i>Владеет:</i> терминологией и навыками доказательства теорем и свойств дифференциального исчисления функции одной переменной; владеет методами решения стандартных задач раздела.</p>
4.	Неопределенный интеграл	Самостоятельная работа, стандартная задача		ОПК-2 ОК-8	<p><i>Знает:</i> фундаментальные понятия, основные определения, свойства, теоремы раздела «неопределенный интеграл».</p> <p><i>Умеет:</i> решать стандартные задачи раздела «неопределенный интеграл»; умеет корректно воспользоваться определениями, теоремами, свойствами; умеет применить знания полученные в разделе «неопределенный интеграл» в других разделах математики;</p> <p><i>Владеет:</i> терминологией и навыками доказательства теорем и свойств неопределенного интеграла, владеет методами решения стандартных задач раздела.</p>

## 2 семестр

№ раздела, темы	Раздел дисциплины, темы	Виды работ		Код компетенции	Конкретизация компетенций (знания, умения, навыки)
		аудиторная	СРС		

1.	Определенный интеграл и его приложения	Самостоятельная работа, стандартная задача		ОПК-2 ОК-8	<p><i>Знает:</i> таблицу интегралов, основные теоремы и свойства определенного интеграла.</p> <p><i>Умеет:</i> вычислять определенные интегралы, решать практические задачи с использованием определенного интеграла.</p> <p><i>Владеет:</i> терминологией по теории интегралов; владеет навыками доказательства основных теорем и свойств определенных интегралов; владеет методами решения стандартных задач.</p>
2.	Теория рядов	Самостоятельная работа, стандартная задача		ОПК-2 ОК-8	<p><i>Знает:</i> фундаментальные понятия, основные определения, свойства, теоремы о функциональных и числовых рядах.</p> <p><i>Умеет:</i> решать стандартные задачи по теории числовых и функциональных рядов; умеет корректно воспользоваться определениями, теоремами, свойствами рядов; умеет применить знания по пределам в других разделах математики;</p> <p><i>Владеет:</i> терминологией и навыками доказательства теорем и свойств рядов; владеет методами решения стандартных задач.</p>
3.	Дифференциальное исчисление функции многих переменных	Самостоятельная работа, стандартная задача		ОПК-2 ОК-8	<p><i>Знает:</i> фундаментальные понятия, основные определения, свойства, теоремы раздела «дифференциальное исчисление функции нескольких переменных».</p> <p><i>Умеет:</i> решать стандартные задачи раздела «дифференциальное исчисление функции нескольких переменных»; умеет корректно воспользоваться определениями, теоремами, свойствами; умеет применить знания полученные в разделе «дифференциальное исчисление функции нескольких переменных» в других разделах математики;</p> <p><i>Владеет:</i> терминологией и навыками доказательства теорем и свойств дифференциального исчисления функции нескольких переменных; владеет методами решения стандартных задач раздела.</p>
4.	Кратные интегралы	Самостоятельная работа, стандартная задача		ОПК-2 ОК-8	<p><i>Знает:</i> фундаментальные понятия, основные определения, свойства, теоремы раздела «кратные интегралы».</p> <p><i>Умеет:</i> решать стандартные задачи раздела «кратные интегралы»; умеет корректно воспользоваться определениями, теоремами, свойствами; умеет применить знания полученные в разделе «кратные интегралы» в других разделах математики;</p> <p><i>Владеет:</i> терминологией и навыками доказательства теорем и свойств кратных интегралов, владеет методами решения стандартных задач раздела.</p>

## 5. Структура фонда оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

1 семестр

№ п/п	Контролируемые разделы, темы дисциплины	Наименование оценочного средства	
		Текущий контроль	Промежуточный контроль
1	<b>Введение в математический анализ:</b>		Вопросы к экзамену
	Развитие понятия числа	Самостоятельная работа 1, стандартная задача 1	
	Модуль действительного числа	Самостоятельная работа 2, стандартная задача 1	
	Функция, область определения функции.	Самостоятельная работа 2, стандартная задача 2	
	Четные и нечетные функции.	Самостоятельная работа 4, стандартная задача 4	
	График функции	Самостоятельная работа 3, стандартная задача 3	
2	<b>Теория пределов:</b>		Вопросы к экзамену
	Предел последовательности	Самостоятельная работа 5 стандартная задача 5	
	Предел функции	Самостоятельная работа 5, стандартная задача 5	
	Непрерывность функции, точки разрыва.	Самостоятельная работа 6, стандартная задача 5	
3	<b>Дифференциальное исчисление функции одной переменной:</b>		Вопросы к экзамену
	Производная функции	Самостоятельная работа 8, стандартная задача 8	
	Правило Лопиталя	Самостоятельная работа 7, стандартная задача 7	
	Уравнение касательной	Самостоятельная работа 9, стандартная задача 9	
	Приблизительное вычисление	Самостоятельная работа 10, стандартная задача 10	
4	<b>Неопределенный интеграл:</b>		Вопросы к экзамену
	Подведение под знак дифференциала	Самостоятельная работа 11, стандартная задача 11	
	Интегрирование по частям	Самостоятельная работа 12, стандартная задача 11	
	Замены в неопределенном интеграле	Самостоятельная работа 13, стандартная задача 12	

2 семестр

№	Контролируемые разделы,	Наименование оценочного средства
---	-------------------------	----------------------------------

п/п	темы дисциплины	Текущий контроль	Промежуточный контроль
1	<b>Определенный интеграл:</b>		Вопросы к экзамену
	Вычисление определенного интеграла	Самостоятельная работа 14, стандартная задача 13	
	Нахождение площади плоской фигуры	Самостоятельная работа 15, стандартная задача 14	
	Несобственный интеграл	Самостоятельная работа 16, стандартная задача 14	
2	<b>Теория рядов:</b>		Вопросы к экзамену
	Сумма ряда по определению	Самостоятельная работа 20 стандартная задача 18	
	Исследование на сходимость	Самостоятельная работа 21, стандартная задача 19,20	
3	<b>Дифференциальное исчисление функции многих переменных:</b>		Вопросы к экзамену
	Область определения	Самостоятельная работа 17, стандартная задача 15	
	Частные производные	Самостоятельная работа 18, стандартная задача 16	
	Экстремум функции двух переменных	Самостоятельная работа 19, стандартная задача 17	
4	<b>Кратные интегралы:</b>		Вопросы к зачету
	Вычисление криволинейных интегралов	Самостоятельная работа 22, стандартная задача 21	
	Изменения порядка интегрирования	Самостоятельная работа 23, стандартная задача 22	
	Вычисление двойных интегралов	Самостоятельная работа 24, стандартная задача 23, 24	

## 6. Показатели, критерии и шкала оценки знаний

Код и наименование компетенций	Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания		
	Пороговый	базовый	Продвинутый
	Оценка		
	Удовлетворительно /зачтено	Хорошо/зачтено	Отлично /зачтено
ОПК-2	<i>Знает:</i> имеет представление о фундаментальных понятиях, определениях, теоремах, следствиях, свойствах курса «основы современной математики»; испытывает сложности при формулировании некоторых теорем, свойств, определений;	<i>Знает:</i> демонстрирует знание фундаментальных понятий, определений, теорем, следствий, свойств курса «математического анализа»; знает основные приемы и методы доказательства теорем, свойств;	<i>Знает:</i> показывает глубокое и полное знание фундаментальных понятий, определений, теорем, следствий, свойств курса «математического анализа»; знает основные приемы и методов доказательства теорем, свойств;
	<i>Умеет:</i> правильно сформулировать определения, теоремы, свойства; испытывает сложности при доказательстве теорем, свойств;	<i>Умеет:</i> правильно сформулировать определения, теоремы, свойства; способен правильно доказывать теоремы и свойства данного курса;	<i>Умеет:</i> правильно сформулировать и доказать определения, теоремы, свойства; проявляет высокий уровень умений применять изученный материал при решении практических задач, как в рамках курса, так и в других разделах математики, а также для решения прикладных задач;
	<i>Владеет:</i> теоретической терминологией, символикой; некоторыми приемами и методами доказательства теорем и свойств; может с трудом показать навыки в применении основных теорем, свойств в решении задач;	<i>Владеет:</i> теоретической терминологией, символикой; некоторыми приемами и методами доказательства теорем и свойств; демонстрирует некоторые навыки применения основных теорем, свойств в решении задач;	<i>Владеет:</i> свободно владеет теоретической терминологией, символикой; демонстрирует полное владение основными приемами и методами доказательства теорем, свойств, а также навыками их применения в решении задач;
ОК-8	<i>Знает:</i> имеет представление о теоретических примерах, методах решения	<i>Знает:</i> демонстрирует знание теоретических примеров, методов	<i>Знает:</i> показывает глубокое и полное знание теоретических



	стандартных задач курса; испытывает сложности при формулировании и решении некоторых теоретических примеров	решения стандартных задач курса.	примеров, методов решения стандартных задач курса.
	<i>Умеет:</i> корректно определять раздел, к которому относится данная задача, подобрать формулу, метод решения; испытывает сложности при решении стандартных задач курса;	<i>Умеет:</i> способен корректно определять раздел, к которому относится данная задача, подобрать формулу, метод решения; воспользоваться определениями, теоремами, свойствами при решении задачи;	<i>Умеет:</i> проявляет высокий уровень умений корректно определять раздел, к которому относится данная задача, подобрать формулу, метод решения; воспользоваться определениями, теоремами, свойствами при решении задачи; правильно интерпретировать полученный результат.
	<i>Владеет:</i> может с трудом показать навыки решения задач, используя изученные приемы и методы курса;	<i>Владеет:</i> демонстрирует некоторые навыки решения задач, используя изученные приемы и методы курса, а также знания из алгебры;	<i>Владеет:</i> свободно владеет навыками решения задач, используя изученные приемы и методы курса, а также знания из алгебры; демонстрирует полное владение навыками поиска новой информации для решения возникающих проблем.

**7. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения основной профессиональной образовательной программы:**

**6.1. Текущая аттестация**

**Фонд стандартных задач**

по дисциплине математический анализ

**Стандартная задача №1.**

Решить уравнение (неравенство): 1)  $|3x + 5x^2 - 10| = 2$ ; 2)  $|6x + 7| > 2$ ; 3)  $|5x - 10| \leq 2$ ;

**Стандартная задача №2.**

Найти область определения функции: 1)  $f(x) = \sqrt{x+3} + \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ ; 2)  $f(x) = \frac{\lg |x|}{x-1}$ ; 3)  $f(x) = \sqrt{2x-4} + \frac{1}{\lg(x-4)}$ ; 4)  $f(x) = \sqrt{x+1} + \frac{2}{\sqrt{x-4}}$ .

**Стандартная задача №3.**

Построить графики функций:

1)  $y = |x^2 - 5x + 4|$ ; 2)  $y = -\operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{4}) + 1$ ; 3)  $y = 1 - 2^{1+x}$ ; 4)  $y = 1 - 2\sin|x|$ .

**Стандартная задача №4**

Исследовать функцию на четность (нечетность):

1.  $f(x) = \frac{x - x^3}{\cos x}$ ;
2.  $f(x) = \sqrt[3]{(1-x)^2} + \sqrt[3]{(1+x)^2}$ ;
3.  $f(x) = \frac{7x^3 - \sin 2x}{4|x|}$ ;
4.  $f(x) = \frac{|5\sin x| - 10x^4 + \cos 2x}{x}$ .

**Стандартная задача №5.**

Вычислить пределы:

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\operatorname{tg}^2 2x}$ ;
2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{2n-3})$ ;
3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$ ;
4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}}{\sqrt{n}}$ ;
5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n - 6n^2 + 4}{3n^2 + 6n + 2} \right)^3$ .

**Стандартная задача №6**

Исследовать на непрерывность и построить график ф-ии

$$1. y = \begin{cases} x + 3, & \text{если } x \leq 0, \\ \frac{1}{x}, & \text{если } x > 0. \end{cases};$$

$$2. y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \leq 0, \\ \frac{1}{x^2}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

#### Стандартная задача №7.

Найти предел, используя правило Лопиталя

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/x^2};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \ln \operatorname{ctg} x);$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right).$$

#### Стандартная задача №8.

Найти производные функций

$$a) y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}; \quad б) y = \ln \sqrt{\cos x}; \quad в) y = e^{-x} \ln x; \quad г) y = \arccos \frac{1}{x^3}.$$

#### Стандартная задача №9.

Составить уравнения касательной к графику функции:

$$1. y = \sin 2x \text{ в точке } x_0 = \frac{\pi}{3},$$

$$2. y = x^3 - x \text{ в точке } x_0 = 1.$$

#### Стандартная задача №10.

Вычислить с помощью дифференциала приближённое значение выражений.

$$a) \sqrt[5]{31}; \quad б) \sin 29^\circ; \quad в) \frac{1}{\sqrt[4]{15}}.$$

#### Стандартная задача №11.

Найти интегралы с помощью замены переменной или введением под знак дифференциала

$$a) \int e^{3-\sin 2x} \cos 2x dx \quad б) \int \frac{x dx}{\sqrt{3x^2 + 2}}, \quad в) \int \frac{x dx}{\sqrt{4 - 3x^4}}.$$

#### Стандартная задача №12.

Найти интегралы методом интегрирования по частям:

$$a) \int x \sin x dx, \quad б) \int e^x (x^2 + x) dx, \quad в) \int \ln x dx, \quad г) \int \arctg x dx, \\ д) \int x \arctg x dx.$$

#### Стандартная задача №13.

Найти интегралы с помощью замены переменной:

$$а) \int \frac{2\sin 4x - 3\cos 3x}{(\cos 4x + 2\sin 3x)^2} dx, б) \int \frac{dx}{e^{2x} + 1}, в) \int \frac{(\sqrt{x} - 2)dx}{4x + 9}.$$

#### Стандартная задача №14.

Вычислить определённые интегралы:

$$а) \int_{-1}^1 x^2 dx; б) \int_{-1}^1 x^3 dx; в) \int_{-1}^1 \sin x dx.$$

#### Стандартная задача №15.

Вычислить площади фигуры, ограниченной линиями: а)  $y = 0, x = 0, y = \cos x$ ;

$$б) y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = \sin x, в) x = -\frac{\pi}{3}, x = \frac{\pi}{3}, y = \sin x.$$

#### Стандартная задача №16.

Вычислить данный несобственный интеграл или установить его расходимость:

$$а) \int_0^{+\infty} e^{-x} dx, б) \int \frac{dx}{1(x-1)^3}; а) \int_0^{+\infty} e^{-2x} dx, б) \int \frac{dx}{1(x-2)^2}$$

#### Стандартная задача №17.

Найти область определения функции, изобразить ее и охарактеризовать.

$$а) z = \sqrt{1-2x+y} + \sqrt{x+2y+2}; б) z = \sqrt{(x^2 - y - 2)(x+y)}; в) z = \arccos(x+y) - \frac{1}{x+2}$$

#### Стандартная задача №18.

Найти частные производные и дифференциал 1<sup>го</sup> порядка.

$$а) z = (1-x)^y; б) z = e^{2x} \sin 3y; в) z = x^3 \sin y + y^4 x.$$

#### Стандартная задача №19.

Исследовать функцию на экстремум.

$$а) z = x^3 + y^3 - 18xy + 215; б) z = x^3 + y^3 - 3xy; в) z = y^2 + 3x^2 - y + 18x - 4.$$

#### Стандартная задача №20.

Исходя из определения, найти сумму ряда; а)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}$ ; б)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 5n + 6}$ ;

$$в) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 4n + 3}$$

#### Стандартная задача №21.

Исследовать на сходимость ряды:

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{3}{n}}{n!}; б) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n-3}{n+1} \right)^n; в) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[4]{2n^3 + 3}}.$$

#### Стандартная задача №22.

Вычислить криволинейный интеграл I рода  $\int_k x dx$ , где k-дуга параболы  $y = \frac{x^2}{2}$  ( $0 \leq x \leq 1$ )

#### Стандартная задача №23.

Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле: а)  $\int_{-1}^2 dx \int_{2x}^{(7x+10)/6} f(x,y) dy$ ;

$$\text{б) } \int_{-6}^2 dx \int_{x^2/4-1}^{2-x} f(x,y) dy \quad ; \quad \text{в) } \int_0^2 dx \int_{2-x}^{-2x+4} f(x,y) dy$$

### Стандартная задача №24.

Вычислить. а)  $\iint_D (36x^2y^2 - 96x^3y^3) dx dy, D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^3$ .

б)  $\iint_D (9x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy, D: x=1, y=\sqrt{x}, y=-x^2$ .

в)  $\iint_D (36x^2y^2 - 96x^3y^3) dx dy, D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^3$ .

### Фонд самостоятельных работ

по дисциплине Математический анализ

В самостоятельные работы могут быть включены определения и формулировки теорем, лемм и свойств по данному разделу дисциплины.

#### С. Р. № 1

1. Определения множеств **N** и **Q**. – 1 балл
2. Как сравнивают неравные действительные числа – 1.5 б.
3. Доказать, что число  $\sqrt{2}$  не является рациональным. – 2 балла
4. Определения и свойства модуля, привести док-во любых трёх свойств. – 2 балла.
5. Решить уравнение  $|7x-1| = 5x$ . – 1 балл

#### С. Р. №2

1. Определения и свойства модуля, привести док-во любых трёх свойств. – 2 балла.
2. Определения окрестностей бесконечно удаленных точек  $(+\infty; -\infty; \infty)$ . – 1 балл.
3. Определения промежутков на числовой прямой (полуинтервалы, луч) – 1 балл
4. Определения ограниченного сверху (снизу) множества. – 1 балл
5. Определение и свойства точной нижней грани множества. – 2 балла.

#### С. Р. №3

1. Определение числовой функции. – 1 балл
2. Определение ограниченной сверху (снизу) функции. – 1 балл
3. Свойства периодических функций (без док-ва). – 1 балл
4. Свойства взаимно обратных функций. – 1 балл
5. Определение монотонно возрастающей (убывающей) функции. – 1 балл
6. Показать, что функция Дирихле периодическая с периодом **q**. – 2 балла

#### С. Р. №4

- 1) Определение монотонно-возрастающей (убывающей) последовательности. – 1 б.
- 2) Геометрический смысл предела последовательности. – 1 б.

- 3) Доказать, что последовательность  $(x_n): x_n = (-1)^n$  не имеет предела. – 2 б.
- 4)  $T_1$  и  $T_2$  (о единстве предела последовательности и об ограниченности функции, имеющей предел). Доказать одну из теорем. – 2 б.
- 5) Стандартная задача. Исследовать данную последовательность на монотонность и ограниченность  $(x_n): x_n = \frac{2n-1}{2n}$ . – 3 б.

#### С. Р. № 5

- 1) (1 б.) Определение непрерывности функции в точке на языке  $\varepsilon - \delta$ .
- 2) (1 б.) Определение непрерывности функции в точке на языке приращений.
- 3) (2 б.) Пользуясь определением непрерывности функции показать, что функция  $y = \sin x$  непрерывна на  $\mathbf{R}$ .
- 4) (1 б.) Определение непрерывности функции в точке  $x_0$  слева.
- 5) (1 б.) Определение непрерывной функции на отрезке  $[a; b]$ . – 1 б.
- 6) (1 б.) Сформулировать 1-ую теорему Больцано-Коши, ее геометрический смысл.
- 7) (1 б.) Сформулировать вторую теорему Вейерштрасса.
- 8) (1 б.) Определение точки разрыва 2-го рода. Привести пример. – 1 б.

- 9) (1 б.) Найти скачок функции  $\delta$  для функции
 
$$f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \leq \frac{\pi}{2} \\ \cos x, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}.$$

#### С.Р. № 6

1. (2 балла) Определение касательной с рисунком и разъяснением.
2. (1 балл) Что называется скоростью прямолинейного движения в данный момент времени?
3. (1 балл) Получить производную функции  $y = a^x$ .
4. (2 балла) Теорема 1. – критерий дифференцируемости функции.

#### С.Р. №7

1. (2 балла) Теорема 1. Доказать правило дифференцирования суммы двух функций.
2. (2 балла) Теорема 2. Производная сложной функции.
3. (1 балл) Вывод формулы производной для логарифмической функции.
4. (1 балл) Вывод формулы производной для функции арксинус.

#### С.Р. № 8

1. (1.5 б.) Вывод формулы для вычисления производной степенно-показательной функции.
2. (1.5 б.) Определение дифференциала 2-го порядка. Показать инвариантность дифференциала 1-го порядка.
3. (2 б.) Получить 2-ую производную для функции заданной параметрически.
4. (1 б.) Получить n-ую производную для функции  $x^\alpha$ .

#### С.Р. № 9

1. (3 б.) Теорема Ролля. Геометрический смысл теоремы.

2. (1 б.) Теорема Лагранжа. (б. д.)

3. (2 б.) Первое правило Лопиталья. Рассмотреть неопределённости вида  $(0 \cdot \infty)$ ,  $(\infty - \infty)$ .

### С.Р. № 10

1. (2 б.) Теорема 1. Признак постоянства функции.

2. (1 б.) Определение точки строгого максимума (минимума) функции.

3. (2 б.) Теорема – первые достаточные условия экстремума.

4. (1 б.) Определение выпуклого вниз (вверх) графика функции.

### С.Р. № 11

1. (2 б.) Определение первообразной. Теорема о первообразных для функции  $f(x)$ .

2. (2 б.) Интегрирование по частям в неопределённом интеграле. Вычислить  $\int \cos x dx$ .

3. (2 б.) Интегрирование иррациональных функций вида:  $(R(x, x^{\frac{m}{n}}, \dots, x^{\frac{r}{s}}), R(x, (\frac{ax+b}{cx+d})^{\frac{m}{n}}, \dots, (\frac{ax+b}{cx+d})^{\frac{r}{s}}))$ .

4. (2 б.) Интегрирование дифференциальных биномов:  $x^m(a+bx^n)dx$ .

5. (2 б.) Разложить дробь  $\frac{4x-1}{(x-2)^2 \cdot (x^2+2)}$  на простейшие методом неопределённых коэффициентов.

### С.Р. № 12

1. (2 б.) Задача о пройденном пути.

2. (1 б.) Определение определенного интеграла через предел интегральной суммы.

3. (1 б.) Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Геометрический смысл определенного интеграла.

4. (2 б.) Основные свойства определенного интеграла 1-5 (без док-ва), теорема о среднем (доказать).

### С.Р. № 13

6. (2 б.)  $T_1$  о производной определенного интеграла по верхнему пределу.

7. (1 б.) Сформулировать  $T_4$  об интегрировании по частям в определенном интеграле.

8. (1 б.) Написать формулы Валлиса.

9. (2 б.) Интегрирование периодических функций ( $T_3$  и  $T_4$ ) (доказать одну из теорем).

### С. Р. № 14

1. (1 б.) Написать формулы Валлиса.

2. (1 б.) Определение несобственного интеграла 2-го рода.

3. (2 б.) Исследовать на сходимость  $\int_a^{\infty} \frac{dx}{x^p}$ .

4. (1 б.) Вычислить:  $\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx$ .

5. (2 б.) Записать формулы и условия для нахождения длины дуги.

6. (2 б.) Вычислить объём трёхосного эллипсоида.

### С. Р. № 15

1. Определение метрического пространства – 1 балл

2. Определение непрерывной кривой в пространстве  $R^k$  – 1б.

3. Определение предела последовательности в пространстве  $R^k$  . – 1 балл

4. Определение предела функции двух переменных с помощью прямоугольной окрестности – 1 балл
5. Различные определения непрерывности функции в точке, 1-ая Т. Больцано-Коши. – 2 балла

#### **С.Р. № 16**

1. Определение частной производной функции  $n$ -переменных. - 1 б.
2.  $T_2$  (необходимое условие дифференцируемости). – 2 б.
3. Достаточные условия дифференцируемости ( $T_3$ ). - 1 б.
4. Определение дифференциала функции двух переменных. - 1 б.
5. Формула для вычисления приближённых значений функции с помощью дифференциала. - 1 б.
6. Определение и формулы для вычисления частных производных 2-го порядка. Теорема Шварца (б. д.). - 2 б.

#### **С.Р. № 17**

1. (2 балла) Теорема о дифференцируемости сложной функции (б.д.). Рассмотреть частные случаи для функции трёх переменных.
2. (1 балл) Определение неявной функции одной переменной.
3. (2 балла) Найти  $y'_x$  функции заданной неявно  $\cos xy + 2x - y = 0$ .
4. (1 балл) Определение экстремума функции нескольких переменных.
5. (2 балла) Достаточные условия существования экстремума функции нескольких переменных.

#### **С.Р. № 18**

- 1) (1 балл) Определение сходящегося и расходящегося числового ряда.
- 2) (2 балла) Исследовать на сходимость геометрический ряд.
- 3) (2 балла) Сформулировать критерий Коши сходимости числового ряда. Доказать необходимый признак сходимости числового ряда.
- 4) (1.5 балла) Определение производящей функции. Сформулировать интегральный признак сходимости (б/д).
- 5) (1 балл) Сформулировать признак Коши.

#### **С.Р. № 19**

- 1) (1 б.) Определения: а) точки сходимости, б) области сходимости функциональной последовательности.
- 2) (1,5 б.) Определение равномерно сходящейся функциональной последовательности, критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности (б. д.).
- 3) (2 б.) Применить геометрический смысл равномерной сходимости для исследования на равномерную сходимость последовательности степеней.
- 4) (1 б.) Сформулировать теорему о почленном дифференцировании функциональных последовательностей ( $T_3$ ).
- 5) (1 балл) Сформулировать признаки равномерной сходимости функционального ряда ( $T_1$ ,  $T_2$ ): Критерий Коши, практический признак.

#### **С.Р. № 20**

- 1) (2 б.) Теоремы 1 и 2 о равномерной сходимости и непрерывности суммы степенного ряда.
- 2) (2 б.) Вычисление радиуса сходимости степенного ряда, формула Коши-Адамара (подробно).
- 3) (2 б.) Разложение функции  $f(x) = \cos x$  в степенной ряд ( $x_0 = 0$ ).
- 4) (1 б.) Формула разложения в биномиальный ряд.

#### **С.Р. № 21**



1. (1 балл) Теорема об интегрировании определённого интеграла, зависящего от параметра. (б.д.)
2. (1 балл) Определение равномерно сходящегося несобственного интеграла, зависящего от параметра.
3. (2 балла) Теорема Вейерштрасса – достаточное условие равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра.
4. (2 балла) Определение  $\Gamma$ - функции, вывести основное свойство  $\Gamma$ - функции, перечислить её остальные свойства.

#### **С.Р. № 22**

1. (3 балла) Рассмотреть общий случай и получить определение криволинейного интеграла 1-го рода.
2. (1 балл) Теорема о существовании и вычислении криволинейного интеграла 2-го рода. (б. д.)
3. (2 балла) Получить формулу, связывающую криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода (чертёж).

#### **С.Р. № 23**

1. (2 балла) Задача о нахождении массы плоской фигуры.
2. (1 балл) Теорема 2 о вычислении двойного интеграла по криволинейной трапеции. (б. д.)
3. (1 балл) Сформулировать теоремы 1-3 (необх. и достаточн. условия интегрируемости функции двух переменных).
4. (2 балла) Замена переменных в двойном интеграле.

#### **С.Р. № 24**

1. (2 балла) Замена переменных в двойном интеграле.
2. (2 балла) Теорема. Вывод формулы Остроградского-Грина (1-й случай).
3. (2 балла) Теорема 3 – необходимое и достаточное условие существования первообразной функции в области  $D$ .

### **6.2. Зачетно-экзаменационные материалы**

#### **для промежуточной аттестации (экзамен/ экзамен)**

#### **Вопросы к экзамену 1 семестр**

по дисциплине математический анализ

1. Модуль действительного числа и его свойства. Геометрический смысл модуля.
2. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности.
3. Последовательность вложенных отрезков Теорема о единственности общей точки стягивающейся последовательности отрезков.
4. Подпоследовательности. Теорема Больцано- Вейерштрасса
5. Теорема о пределе суммы, разности, произведения и частного двух функций.
6. Первый замечательный предел и его следствия.
7. Второй замечательный предел и его следствия.
8. Односторонняя непрерывность. Примеры непрерывных функций.
9. Теорема о непрерывных функциях  $(T_1, T_2)$ . Примеры.
10. Первая теорема Больцано-Коши, ее геометрический смысл. Примеры.
11. Вторая теорема Больцано-Коши. Пример.
12. Первая теорема Вейерштрасса. Замечание.
13. Вторая теорема Вейерштрасса. Замечание.
14. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва. Примеры.
15. Непрерывность элементарных функций (многочлена  $n$ -ой степени, дробно-рациональной, степенной, показательной, логарифмической функции).
16. Понятие касательной. Задачи о касательной и скорости прямолинейного движения.
17. Определение производной функции в точке, ее геометрический и физический смысл. Уравнение касательной и нормали.

18. Определения дифференцируемой в точке функции, дифференциала функции. Пример. Критерий дифференцируемости функции в точке ( $T_1$ ).
19. Необходимое условие дифференцируемости ( $T_2$ ).
20. Геометрический смысл дифференциала, формула для приближенного вычисления значений функции с помощью дифференциала.
21. Теорема об основных правилах дифференцирования.
22. Производная сложной функции.
23. Производная обратной функции.
24. Производные обратных тригонометрических и гиперболических функций.
25. Производная степенно-показательной функции. Логарифмическое дифференцирование.
26. Параметрическое задание и дифференцирование функций.
27. Производные высших порядков. Примеры. Формула Лейбница.
28. Теорема об основных правилах дифференцирования.
29. Производная сложной функции.
30. Производная обратной функции.
31. Дифференциалы высших порядков, их инвариантность.
32. Теоремы Ферма и Ролля.
33. Теоремы Лагранжа и Коши.
34. Экстремум функции (определения). Достаточные условия экстремума. Схема исследования на экстремум.
35. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных интегралов.
36. Метод подстановки и метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.

### **Вопросы к экзамену 2 семестр**

по дисциплине математический анализ

1. Определение определенного интеграла через предел интегральной суммы.
2. Интегральные суммы Дарбу и их свойства. Достаточное условие интегрируемости функции на отрезке. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Геометрический смысл определенного интеграла.
3. Основные свойства определенного интеграла.
4. Определенный интеграл с переменным верхним пределом.
5. Формула Ньютона-Лейбница.
6. Замена переменной в определенном интеграле.
7. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
8. Интегрирование четных, нечетных и периодических функций.
9. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода: определения и признаки сходимости.
10. Площадь плоской фигуры
11. Объем тела вращения.
12. Необходимые условия дифференцируемости функции нескольких переменных ( $T_1$  и  $T_2$ , замечание).
13. Инвариантность формы дифференциалов высших порядков.
14.  $T_1$  о дифференцируемости неявной функции одной переменной.
15. Дифференцируемость сложной функции (теорема). Рассмотреть случай функции двух переменных и некоторые частные случаи.
16. Инвариантная форма дифференциала функции нескольких переменных.
17. Условный экстремум.
18. Наибольшее и наименьшее значение функции нескольких переменных.
19. Необходимый и достаточный признаки сходимости числового ряда ( $T_1$ ). Лемма о поведении ряда и его остатка.
20. Интегральный признак сходимости ( $T_2$ ).
21. Необходимый признак сходимости числового ряда. Расходимость гармонического ряда.
22. Первый признак сравнения ( $T_3$ ).
23. Второй признак сравнения ( $T_4$ ).

24. Признак сходимости (теорема Лейбница) для знакочередующегося ряда.
25. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Вычисление радиуса сходимости степенного ряда, формула Коши-Адамара.
26. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Достаточные условия равномерной сходимости несобственного интеграла. Свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов: о непрерывности, интегрировании и дифференцировании интегралов по параметру. (Доказать одну из теорем).
27. Эйлеровы интегралы 1-го и 2-го рода. Их свойства.
28. Криволинейный интеграл I рода. Теорема о существовании и вычислении криволинейного интеграла, её применение для практических вычислений.
29. Криволинейный интеграл II рода. Теорема о существовании и вычислении криволинейного интеграла (б/д).
30. Двойной интеграл, условия существования, свойства. Вычисление двойного интеграла по прямоугольнику (T1), по криволинейной трапеции (T2).
31. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.

## 7. Процедура оценивания обучающихся

1. Максимальное количество баллов, которое может набрать студент в течение семестра, составляет 100 баллов. Шкала перевода баллов в пятибалльную систему:

86-100	«отлично»
71-85	«хорошо»
56-70	«удовлетворительно»
36-56	«неудовлетворительно»
0-35	не допускается к сдаче экзамена

2. Полная оценка по дисциплине определяется суммой баллов, полученных студентом по итогам проведения модулей, и баллов, полученных при сдаче экзамена.

3. В течение семестра контроль осуществляется по трем основным разделам учебного курса – модулям. Принят следующий состав и распределение баллов по модулям.

№ п/п	Название модуля	Содержание модуля	Баллы
1	Введение в математический анализ.	1. Самостоятельная работа №1 2. Самостоятельная работа №2 3. Самостоятельная работа №3 4. Активность на занятиях 5. Стандартная задача 1 6. Стандартная задача 2 7. Стандартная задача 3 8. Стандартная задача 4 9. Посещаемость	5 5 5 2 3 3 3 3 2
Итого 31 баллов			
2	Теория пределов	1. Самостоятельная работа №5 2. Активность на занятиях 3. Стандартная задача 5 4. Стандартная задача 6 5. Посещаемость	7 2 3 3 2

Итого 17 баллов			
3	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	1. Самостоятельная работа №7 2. Самостоятельная работа №8 3. Самостоятельная работа №9 4. Самостоятельная работа №10 5. Активность на занятиях 6. Стандартная задача 7 7. Стандартная задача 8 8. Стандартная задача 9 9. Стандартная задача 10 10. Посещаемость	5 5 5 5 2 3 3 3 3 2
Итого 36 баллов			
4	Неопределенный интеграл.	1. Самостоятельная работа №11 2. Самостоятельная работа №12 3. Активность на занятиях 4. Стандартная задача 11 5. Стандартная задача 12 6. Посещаемость	5 5 2 3 3 2
Итого 20 баллов			

2 семестр


№ п/п	Название модуля	Содержание модуля	Баллы
1	Определенный интеграл	1. Самостоятельная работа №13 2. Самостоятельная работа №14 3. Активность на занятиях 4. Стандартная задача 14 5. Стандартная задача 15 6. Стандартная задача 16 7. Посещаемость	5 5 2 3 3 3 2
Итого 20 баллов			
2	Теория рядов	1. Самостоятельная работа №18 2. Самостоятельная работа №19 3. Самостоятельная работа №20 4. Активность на занятиях 5. Стандартная задача 20 6. Стандартная задача 21 7. Посещаемость	5 5 5 2 3 3 2
Итого 26 баллов			
3	Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	1. Самостоятельная работа №15 2. Самостоятельная работа №16 3. Самостоятельная работа №17 4. Активность на занятиях 5. Стандартная задача 17	5 5 5 2 3

		6. Стандартная задача 18	3
		7. Стандартная задача 19	3
		8. Посещаемость	2
Итого 28 баллов			
4	Кратные интегралы.	1. Самостоятельная работа №21	5
		2. Самостоятельная работа №22	5
		3. Самостоятельная работа №23	5
		4. Самостоятельная работа №24	5
		5. Активность на занятиях	2
		6. Стандартная задача 22	3
		7. Стандартная задача 23	3
		8. Стандартная задача 24	3
		9. Посещаемость	2
Итого 33 баллов			

4. Если студент по результатам трех модулей набрал более 56 баллов, то он может получить соответствующую оценку без сдачи экзамена (если оценка устраивает).

5. Экзамен проводится по билетам. В каждом билете 2 теоретических вопроса по одному из каждого модуля. Каждый вопрос оценивается максимум в 15 баллов. Итого за экзамен можно получить 30 баллов.

#### Образец экзаменационного билета

<b>МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ</b>		
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «АДЫГЕЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»		Аппгъэрэ сэнэхъат гэсэныгъэ зыщэгъот федеральнэ къэралыгъо мылъкукӀэ агъэзекӀорэ къулыкъушланӀу  «АДЫГЭ КЪЭРАЛЫГЪО УНИВЕРСИТЕТ»
<p style="text-align: center;">Кафедра _____ математического анализа и методики преподавания математики</p> <p style="text-align: center;"><b>БИЛЕТ № <u>1</u></b></p> <p style="text-align: center;">семестрового экзамена по дисциплине</p> <p style="text-align: center;">Математический анализ</p> <p style="text-align: center;">Часть I</p> <p>1) Определение основного периода функции, перечислить свойства периодических функций. – <b>2 б.</b></p> <p>2) Определение графика функции. – <b>1 б.</b></p> <p>3) Найти область определения функции <math>f(x) = \frac{\lg  x }{x-1}</math>. – <b>4 б.</b></p> <p style="text-align: center;">Часть II</p>		

- 1) Исходя из определения предела функции доказать, что  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 4) = 2$ . – **8 б.**
- 2) Теорема о пределе суммы, разности, произведения и частного двух функций (доказать случай частного двух функций). – **8 б.**
- 3) Вторая теорема Больцано-Коши. – **7 б.**

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

Шумафов М.М.

### Критерии оценки ответа.

На экзамене используются следующие критерии при оценке ответа студента на вопрос:

Характеристика ответа	Баллы
Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном ориентировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен.	<b>15</b>
Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен, изложен в терминах науки. Однако допущены незначительные ошибки или недочеты, исправленные студентом с помощью "наводящих" вопросов преподавателя.	<b>11-14</b>
Дан полный, но недостаточно последовательный ответ на поставленный вопрос, но при этом показано умение выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Ответ логичен и изложен в терминах науки. Могут быть допущены 1-2 ошибки в определении основных понятий, которые студент затрудняется исправить самостоятельно.	<b>10</b>
Дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Логика и последовательность изложения имеют нарушения. Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	<b>7-9</b>
Дан неполный ответ, логика и последовательность изложения имеют существенные нарушения. Допущены грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, теорий, явлений, вследствие непонимания студентом их существенных и несущественных признаков и связей. В ответе отсутствуют выводы. Умение раскрыть конкретные проявления обобщенных знаний не показано. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	<b>3-6</b>
Дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса с существенными ошибками в определениях. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения. Студент не понимает связь данного понятия, теории, явления с другими объектами дисциплины. Отсутствуют выводы, конкретизация и доказательность изложения. Речь неграмотная. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.	<b>0-2</b>